# 複素多様体の小平理論とその進展

大阪市立大学, 2019/12/8-9[1]

## Program

**December 8**

**9:30 - 10:00 大沢 健夫 (名古屋大学)**
複素多様体論の小平3部作について

**10:20 - 11:50 松村 慎一 (東北大学)**
小平の消滅定理とその一般化について—$L^2$ 理論と調和積分論—

**14:00 - 14:40 日下部 佑太 (大阪大学)**
柏原の定理と $\partial\bar{\partial}$-lemma

**14:50 - 15:30 細野 元気 (東北大学)**
Kähler 多様体の変形に関する広中の例と最近の進展

**15:40 - 16:40 松本 佳彦 (大阪大学)**
岩澤多様体の変形

**December 9**

**9:30 - 11:00 辻 元 (上智大学)**
部分多様体の変位 (displacement)

**11:10 - 12:10 岩井 雅崇 (東京大学)**
Bauer-Pignatelli「Rigid but not infinitesimally rigid compact complex manifolds」の解説

[1]This conference is supported by Osaka City University Advanced Mathematical Institute: MEXT Joint Usage/Research Center on Mathematics and Theoretical Physics (共同利用・共同研究, 一般, C, ”複素多様体の小平理論とその進展”).

## Abstracts

**大沢 健夫 (名古屋大学)**
複素多様体論の小平 3 部作について

小平先生による複素多様体論の概説は、「Complex manifolds (with J. Morrow), AMS Chelsea」および「複素多様体論 岩波書店 (英訳あり)」がよく知られているが、東大セミナリーノートの「複素多様体と複素構造の変形 I, II」も現在なお新鮮さを失わない貴重な文献である。これらの三つの著作のそれぞれの特徴についてお話ししたい。

**松村 慎一 (東北大学)**
小平の消滅定理とその一般化について—$L^2$ 理論と調和積分論—

この講演では, 小平の消滅定理の様々な一般化について概説し, その証明方法を $L^2$-理論と調和積分論を中心に比較する. 具体的には, Nadel-Kawamata-Viewheg 型の消滅定理, 大沢-竹腰型の $L^2$-拡張定理, Kollár-Enoki 型の単射性定理について議論する. また, 発表者と Cao–Demailly との共同研究および Fujino との共同研究で得られたさらなる一般化についても講演する. 時間が許せば Hodge 理論を用いた代数幾何的な証明についても議論する.

**日下部 佑太 (大阪大学)**
柏原の定理と $\partial\bar{\partial}$-lemma

コンパクト Kähler 多様体上で $\partial\bar{\partial}$-lemma が成立することは最も重要な性質の一つである. 1969 年当時学生であった柏原は, $(1,1)$ 形式に対する $\partial\bar{\partial}$-lemma の成立と Betti 数と Hodge 数の間のある等式の成立が同値であることを証明した (複素多様体と複素構造の変形 II, 定理 20.4). 本講演では, この柏原の定理について関連する非 Kähler 幾何での最近の話題も交えて解説する.

**細野 元気 (東北大学)**
Kähler 多様体の変形に関する広中の例と最近の進展

広中の例は 3 次元のコンパクトな非 Kähler 多様体であって、Kähler 多様体の変形として得られるものの例となっている。したがって、「コンパクト Kähler 多様体の変形は常に Kähler であるか？」という問題の 3 次元における反例を与えている。1 次元ではすべてのコンパクト Riemann 面が射影的であることから、この問題は肯定的に成り立つ。小平先生の東大セミナリーノートでは 2 次元の場合は未解決となっているが、現在では位相的な条件によりコンパクト複素曲面の Kähler 性を判定できることが知られているため、2 次元の場合も肯定的に成り立つことがわかる。本講演では、広中の例の構成とその性質を紹介し、コンパクト Kähler 多様体の変形に関する問題の現状を述べる。

**松本 佳彦 (大阪大学)**
岩澤多様体の変形

小平『複素多様体と複素構造の変形 II』の第 28 節の内容を解説する．この節では複素トーラスおよび岩澤多様体の複素構造の変形が説明されているが，ここでは特に岩澤多様体に焦点をあてる．この例では $\dim H^1(M,\Theta)=6$ で，また $H^2(M,\Theta)$ も消えておらず 6 次元だが，変形の自明でないパラメタは 6 個ある．さらに，$t$ をその変形のパラメタとするとき，$\dim H^0(M_t,\Theta_t)$ および $\dim H^1(M_t,\Theta_t)$ が定数でないことも確かめられる．

**辻 元 (上智大学)**
部分多様体の変位 (displacement)

コンパクト部分多様体の変位（displacement）の一般論を概説します。さらに、特性系が完備でない例を解説します。　この理論は単線織多様体の変形が再び単線織的になるという結論を導く重要なものです。

**11:10 - 12:10 岩井 雅崇 (東京大学)**
Bauer-Pignatelli「Rigid but not infinitesimally rigid compact complex manifolds」の解説

Morrow-Kodaira による複素多様体の教科書「Complex Manifolds」の 45 ページに次の問題がある。

「rigid であるが infinitesimally rigid でない例を見つけよ」

ここで複素多様体 $M$ が rigid とは M が非自明な変形を持たないことであり、$M$ が infinitesimally rigid とは接ベクトル則の第一コホモロジーが消えていることである。一般に $M$ が rigid であることを調べるのは難しいため、rigid であるが infinitesimally rigid でない例は見つけられていなかった。今回の講演では Bauer-Pignatelli によって見つけられた例について紹介する。